☆ गॉल का त्रिविम प्रक्षेप (Gall's stereographic Projection):

यह एक संशोधित बेलनाकार प्रक्षेप है, जिसकी रचना निम्नलिखित कल्पनाओं के आधार पर की जाती है:

1) कागज का बेलन अन्य बेलनाकार प्रक्षेपों की तरह ग्लोब को भूमध्यरेखा पर स्पर्श नहीं करता अपितु वह बेलन ग्लोब को 45° उत्तर व 45° दक्षिण के अक्षांश वृत्तों पर ग्लोब के भीतर प्रवेश करता हुआ माना जाता है। इस कल्पना के अनुसार बेलन ग्लोब को एक अक्षांश वृत्त (अर्थात 45°N व 45°S) पर स्पर्श करता है। अतः गॉल के प्रक्षेप में भूमध्यरेखा सहित प्रत्येक अक्षांश वृत को 45° के अक्षांश वृत के बराबर लम्बाई वाला बनाया जाता है। 45° अक्षांश वृत्त की लम्बाई ज्ञात करने के दो सूत्र हैं।

प्रथम सूत्र: 45° अक्षांश वृत की लम्बाई = $2\pi R \cos 45°$।

$\cos 45°$ का मान 0.7071 होता है। अतः स्पष्ट है कि दी गई मापनी पर निकाली गई भूमध्यरेखा की लम्बाई में 0.7071 की गुणा करके 45° अक्षांश वृत्त की लम्बाई ज्ञात की जा सकती है।

द्वितीय सूत्र: 45° अक्षांश वृत की लम्बाई ज्ञात करने का एक अन्य अपेक्षाकृत सरलसूत्र निम्नलिखित है:-

45° अक्षांश वृत की लम्बाई = $2\pi r$

उपरोक्त सूत्र में r का मान प्रक्षेप में मापकर (चित्र 'क' में OG रेखा की लम्बाई) लिखा जाता है।

उदाहरणार्थ: चित्र 'क' में OG रेखा की लम्बाई 1.8 सेमी. है

अतः सूत्र के अनुसार,

45° अक्षांश वृत्त की लम्बाई = $2\pi r$

$= \frac{2 \times 22 \times 1.8}{7}$ $(\because r = 1.8 cm)$

$= 11.3$ सेमी.

Scanned with CamScanner

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुचते हैं कि गोल प्रक्षेप में अक्षांश वृत्तो की लम्बाई, उसी मापनी पर बनाये गये किसी अन्य बेलनाकार प्रक्षेप के अक्षांश वृत्तों की लम्बाई से 0.7071 गुनी छोटी होती है।

2). गोल प्रक्षेप में अक्षांश वृत्तों के बीच की दूरी त्रिविम विधि से ज्ञात की जाती है। इस विधि में ग्लोब के भूमध्यरेखीय व्यास के विपरित सिरे पर प्रकाश स्त्रोत की कल्पना करके अक्षांश वृत्तो को बेलन पर प्रक्षेपित किया जाता है।

3). गोल प्रक्षेप में 45° अक्षांश वृत्तो को दिये गये अंतराल के अनुसार समान भागों में बाँटकर देशान्तर रेखाएँ खीची जाती है, अर्थात दो संलग्न देशान्तर रेखाओं के बीच की दूरी,

$$= \frac{45° \text{ अक्षांश वृत की लम्बाई} \times \text{अन्तराल}}{360}$$

उदाहरण : 1:250,000,000 मापनी पर संसार के मानचित्र बनाने के लिए एक गोल प्रक्षेप की रचना कीजिये। प्रक्षेप में अन्तराल 15° है।

✡ आलेखी विधि (Graphical Method):

पृथ्वी के लघुकृत गोले का अर्द्धव्यास (R) = $\frac{\text{पृथ्वी की वा० त्रिज्या (सेमी)}}{\text{निरूपक भिन्न का हर}}$

$$R = \frac{6350000000}{250,000,000} = 2.54 \text{ सेमी}$$

2) 45° अक्षांश वृत की लम्बाई = $2\pi R \cos 45°$

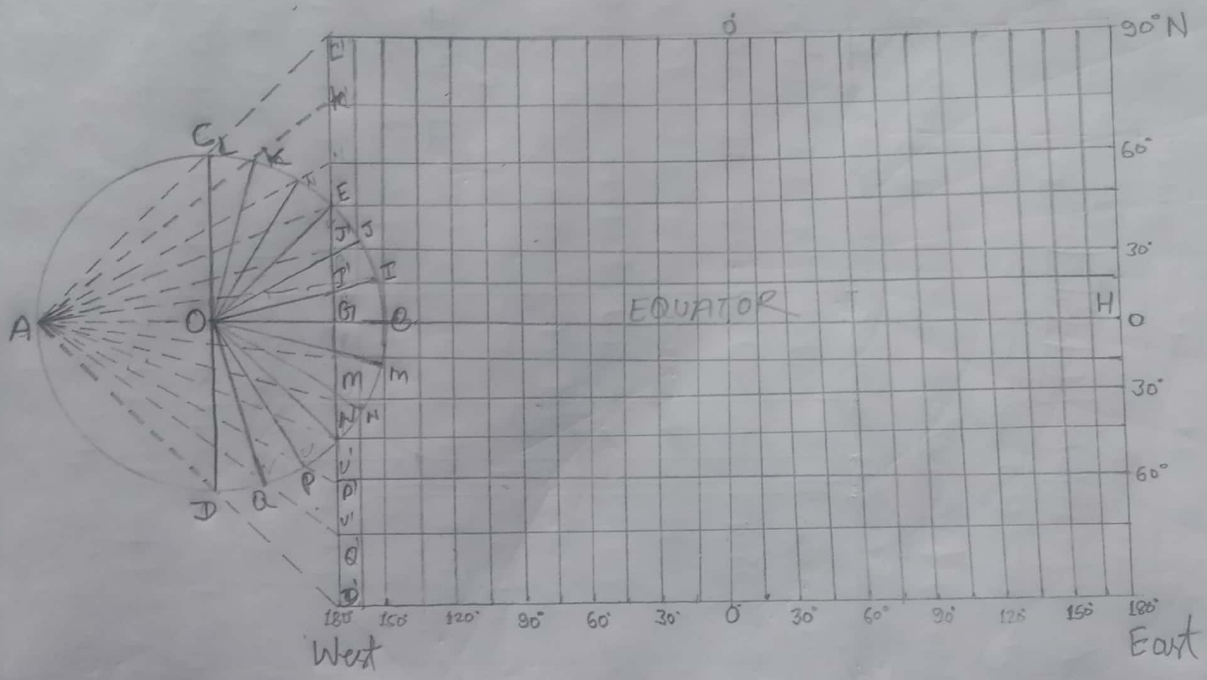
$$= \frac{2 \times 22 \times 2.54 \times 0.7071}{7} = 11.3 \text{ सेमी}$$

3) 15° अन्तराल पर देशान्तर रेखाओं की बीच की दूरी = $\frac{2\pi R \cos\phi}{360}$

$$= \frac{11.3 \times 15}{360} = 0.47 \text{ सेमी}$$

Scanned with CamScanner

गॉल का त्रिविम प्रक्षेप
(Gall's Stereographic Projection)



Scale : 1:250,000,000

Scanned with CamScanner

प्रक्षेप बनाने के लिए सर्वप्रथम 2·54 सेमी॰ अर्द्धव्यास से एक वृत खींचा, जिसमें AB तथा CD रेखाएँ क्रमशः भूमध्यरेखीय तथा ध्रुवीय व्यास हैं (चित्र 'क')। OB रेखा के दोनों तरफ 15° के अन्तराल पर, कोण बनाती हुई रेखाएँ खींचा। ये कोण रेखाएँ वृत की परिधि को, OB रेखा के ऊपर की ओर I, J, E, K, L तथा C बिन्दुओं पर एवं OB रेखा के नीचे की ओर M, N, F, P, Q, तथा D बिन्दुओं पर काटती हैं। अब वृत की परिधि तथा 45° की कोण रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं अर्थात् E तथा F बिन्दुओं से होकर जाने वाली C'D' सरल रेखा खींचा, जो OB रेखा को G बिन्दु पर काटी। यह सरल रेखा प्रक्षेप में 180° पश्चिमी देशान्तर होगी। OB रेखा के आगे बढ़ाया तथा इसमें 11·3 सेमी॰ के बराबर GH रेखा काटा। GH रेखा के समान्तर रेखाएँ खींचा जो प्रक्षेप में क्रमशः 45° उत्तरी व 45° दक्षिणी के अक्षांश वृत होगा।

शेष अक्षांश वृत खींचने के लिए A बिन्दु को वृत की परिधि पर स्थित I, J, K, L, C, M, N, P, Q तथा D बिन्दुओं से मिलाते हुए सरल रेखाएँ खिचा। ये सरल रेखाएँ, वृत के भीतर अथवा आगे बढ़ाये जाने पर C'D' रेखा को क्रमशः I', J', K', L', C', M', N', P', Q', तथा D' बिन्दुओं पर काटा। I', J', K', L' तथा C' से GH के समान्तर रेखाएँ बनाकर क्रमशः 15°, 30°, 60°, 75°, तथा 90° उत्तरी अक्षांश वृत पूर्ण किया। इसी प्रकार M', N', P', Q', तथा D' से GH के समान्तर रेखाएँ खींचकर दक्षिणी अक्षांश वृत बनाया। देशान्तर रेखाएँ बनाने के लिए GH रेखा को 0·47 सेमी॰ के अन्तर पर 24 समान भागों में विभाजित किया तथा विभाजक बिन्दुओं पर GH रेखा के दोनों ओर लम्ब खींचा

★ पहचान (Identification) : इसका पहचान निम्नलिखित है :-

i) अक्षांश वृत समान लम्बाई वाली सरल व समान्तर रेखाएँ होती है।

Scanned with CamScanner

2) प्रक्षेप में प्रत्येक अक्षांश वृत्त की लम्बाई 45° अक्षांश वृत्त की लम्बाई के बराबर होती है।

3) देशान्तर रेखाएँ भी सरल व परस्पर समान्तर होती हैं।

4) देशान्तर रेखाओं के बीच की दूरी समान होती है, परन्तु अक्षांश वृत्तों के बीच की दूरी भूमध्यरेखा से ध्रुवों की ओर को बढ़ती जाती है।

5) अक्षांश वृत्त तथा देशान्तर रेखाएँ एक दूसरे को समकोण पर काटती हैं।

* गुणधर्म (Properties) : इसके निम्नलिखित गुणधर्म होते हैं :-

1) केवल 45° उत्तरी व दक्षिणी अक्षांश वृत्तों पर मापनी शुद्ध होती है। इन अक्षांश वृत्तों से भूमध्यरेखा की ओर मापनी छोटी होती जाती हैं क्योंकि भूमध्यरेखा की ओर को अक्षांश वृत्त अपनी वास्तविक लम्बाई से छोटे होते हैं।

उदाहरणार्थ : भूमध्यरेखा अपनी वास्तविक लम्बाई के लगभग 7/10 भाग के बराबर होती है अतः उन मापनी पर बढ़ी हुई होती है। यह बात इसी से स्पष्ट है कि प्रक्षेप में ध्रुवों को अन्य अक्षांश वृत्तों के बराबर लम्बाई की रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।

2) भूमध्यरेखा से ध्रुवों की ओर को देशान्तर रेखाओं की मापनी में लगातार वृद्धि होती है क्योंकि अक्षांश वृत्तों के बीच की दूरी बढ़ती जाती है। परन्तु 45° अक्षांश वृत्तों से ध्रुवों की तरफ मापनी ~~बढ़ती~~ बढ़ी हुई होती है, तथा भूमध्य-रेखा की ओर की मापनी घटी हुई होती है।

~~उदाहरणार्थ~~ चित्र 'ब'

3) यह प्रक्षेप यथाकृतिक नहीं है। इस प्रक्षेप को मध्य दशा वाला एक अच्छा प्रक्षेप माना जाता है।

* उपयोग (Use) : गॉल प्रक्षेप संसार के सामान्य मानचित्रों के लिए विशेष रूप से उपयोगी है।

Scanned with CamScanner